***Le produit scalaire dans le plan***

1. ***Expression analytique du produit scalaire***
2. ***Rappel***
3. ***Formule trigonométrique du produit scalaire***

***Activité➀***

Soit  un triangle rectangle en  tel que  ; ; et 

Calculer , et .

***Définition et propriété***

 Soient  et  deux vecteurs du plan, on a

 tel que est l’angle orienté formé par  et .

 et  sont orthogonaux si et seulement si  .

1. ***Repère orthonormé direct***

***Définition***

Soit  une base du plan, et O un point du plan.

On dit queest un repère orthonormé direct si et seulement si ,  et .

*Dans ce que suit, le plan est rapporté à un repère orthonormé direct *

1. ***Expression analytique du produit scalaire***

***Introduction***

Soient  et  deux vecteurs du plan tels que  et 

On a  et 

Donc  car  et .

L’expression  est l’expression analytique du produit scalaire.

***Propriété➀*** :

Soient  et  deux vecteurs du plan tels que  et 

On a 

***Exemple***

On a  et  donc .

***Propriété➁***

Soient  et  deux vecteurs du plan tels que  et .



***Application➀***

1. Soient  , et trois vecteurs du plan tels que  ,et 

Calculer ,  et 

1. Soient et  deux vecteurs du plan tels que  ,. Déterminer la valeur de  pour que et  soient orthogonaux.
2. ***Expression analytique de la distance entre deux points et la norme d’un vecteur.***

***Propriété***

 Soit un vecteur du plan tel que .

On a .

Etant donné deux points  et  du plan tels que et .

On a  .

***Application➁***

On considère les points suivants , et .

1. Calculer les distances suivantes  et  .
2. Montrer que le triangle  est rectangle en  .
3. ***Expression analytique de  et ***

***Propriété***

Soient  et  deux vecteurs du plan et  la mesure de l’angle orienté 

On a  et 

***Application➂***

On considère les points suivants , et .

1. Calculer  et 
2. Déduire la mesure de l’angle 

***Résultats***

* *Aire d’un triangle*

L’aire d’un triangle  est 

* *Aire d’un parallélogramme à partir de deux vecteurs*

L’aire d’un parallélogramme  est 

***Application➃***

On considère les points suivants :  et 

1. Calculer  , et 
2. Déduire la nature du triangle 
3. Déterminer la surface du triangle 
4. ***La droite dans le plan***
5. ***Vecteur normal à une droite***

***Définition***

Soit  une droite du plan et  son vecteur directeur.

Tout vecteur non nul et perpendiculaire au vecteur  s’appelle vecteur normal à la droite .

***Propriété*** :

Soit  une droite d’équation , le vecteur  est le vecteur directeur de et le vecteur  le vecteur normal à .

***Exemple***

Donner un vecteur normal à  dans les cas suivants

  : Le vecteur normal à  est  .

 : Le vecteur normal à  est  .

 : Le vecteur normal à  est .

1. ***Equation cartésienne d’une droite définie par un point et un vecteur normal***

***Propriété***

Soit  une droite du plan, passant par le point et dont le vecteur normal est .

L’équation cartésienne de la droite est  où 

***Application➄***

1. Déterminer l’équation cartésienne de la droite passant par le point et dont le vecteur normal est .
2. Déterminer l’équation cartésienne de la droite la médiatrice du segment  où  et .
3. ***Parallélisme et orthogonalité de deux droites.***

***Propriété***

Soient  et  deux droites du plan dont et sont respectivement les vecteurs normaux à  et .

* On dit que  et sont ***parallèles*** si et seulement si .
* On dit que  et sont ***orthogonales*** si et seulement si  .

***Application➅***

Etudier la position relative de  et dans les cas suivants :

*   ; 
*   ; 
*   ; 

1. ***Distance d’un un point par rapport à une droite***

***Définition***

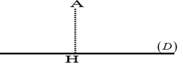
Soit  une droite et soient  un point du plan et H le projeté orthogonale de  sur .

Le nombre réel AH est appelé **la distance du point**  à la droite  et on écrit :.

***Propriété***

Soit une droite d’équation  et un point du plan.

La distance du point  par rapport à la droite (D) est :



***Application➆***

Soit  une droite d’équation et soit  un point du plan. Déterminer 

1. ***Etude analytique d’un cercle***
2. ***Equation d’un cercle défini par son centre et son rayon***

***Activité➁***

On considère le cercle de centre  et de rayon 2.

1. Parmi les points suivants, déterminerceux qui appartiennent au cercle : ,
2. 2) Soit un point du plan
3. a) Calculer  la distance en fonction deet 
4. b) Montrer que le point appartient au cercle si seulement si :
5. En suivant la même démarche de la question 2)b), déterminer une équation cartésienne du cercle de centre  et de rayon .

***Propriété***

Soit un cercle de centre  et de rayon .

Une équation cartésienne du cercle  de centre  et de rayon  est : et on peut écrire :  avec 

***Exemple***

On considère un cercle  de centre  et de rayon .



Donc  Alors 

D’où  est une équation cartésienne du cercle .

***Application➇***

1. Déterminer une équation catésienne d’un cercle de centre de centre  et de rayon 
2. Déterminer une équation cartésienne d’un cercle passant par le point  et de centre  dans les cas suivants

  ;  ;   ;  ;   ; 

1. Déterminer le centre et le rayon d’un cercle  dans les cas suivants

  ;   ;  

1. ***Equation d’un cercle définie par son diamètre***

***Propriété*** :

Soient  et  deux points distincts du plan.

L’ensemble des points M qui vérifient  est un cercle de diamètre  et d’équation 

***Application➈***

Déterminer une équation cartésienne d’un cercle  et de diamètre  où  et 

1. ***Représentation paramétrique d’un cercle***

***Définition***

 L’ensemble des points  du plan qui vérifient le système  est un cercle de centre  et de rayon .

 Le système  est appelé une représentation paramétrique d’un cercle.

***Exemple***

Soit  un cercle de centre  et de rayon .

Le système  est une représentation paramétrique du cercle .

***Application➉***

Soit  un cercle de centre  et de rayon .

1. Déterminer une représentation paramétrique du cercle .
2. Préciser deux points appartenant au cercle .
3. Déterminer une représentation paramétrique d’un cercle définie par l’équation suivante 
4. ***Ensemble de points  du plan vérifie ***

Soient  et  des nombres réels et  un ensemble de points  du plan tel que

***.***

***Propriété***

Si  alors l’ensemble  est un ensemble vide et on écrit .

Si alors l’ensemble est un point qui est  et on écrit 

Si  alors l’ensemble est un cercle de centre  et de rayon  et on écrit  .

***Application➀➀***

Déterminer l’ensemble de points  du plan qui vérifie :

1. ***Positions relatives d’une droite et un cercle***

Pour étudier la position relative d’un cercle de centre  et de rayon et une droite, il suffit de comparer la distance  et le rayon .

***Propriété***

Soit  un cercle de centre  et de rayon  et soit  une droite du plan.

 Si alors la droite et le cercle  ne se coupent pas.

 Si  alors la droite est tangente au cercle  (se coupent en un point).

 Si  alors la droite et le cercle  se coupent en deux points.

***Application➀➁***

Etudier la position relative du cercle et la droite dans les cas suivants

1.   ; 
2.   ; 
3. ***Equation cartésienne de la tangente d’un cercle en un point***

***Propriété***

Soient  un cercle de centre  et de rayon  et soit  une droite du plan.et soient  et .

La droite est tangente au cercle  en  si et seulement si  .

***Application➀➂***

Soit  l’ensemble de points  du plan qui vérifie 

1. Montrer que est un cercle , en déterminant le centre et le rayon.
2. Vérifier que le point .
3. Déterminer une équation cartésienne de la tangente du cercle en un point  .

***Exercice de synthèse***

1. Dans un repère orthonormé on considère les points , et
2. Calculer  , ,
3. Déduire la nature du triangle ABC
4. Calculer la surface d triangle ABC
5. Calculer  ;  ; et déduire la mesure principale de l’angle
6. Donner une équation cartésienne de la droite (D), la hauteur du triangle passant par .
7. Calculer la distance ****
8. On considère le cercle d’équation .
9. Montrer que Ω est le centre du cercle et de rayon
10. Déterminer une représentation paramétrique du cercle
11. Vérifier que le point appartient au cercle .
12. Donner l’équation de la tangente du cercle au point .
13. on considère la droite d’équation .
14. Montrer que la droite coupe le cercle en deux points et .
15. Déterminer les coordonnés de deux points et .
16. Déterminer les équations cartésiennes de (D1) et (D2) les tangentes au cercle en et .